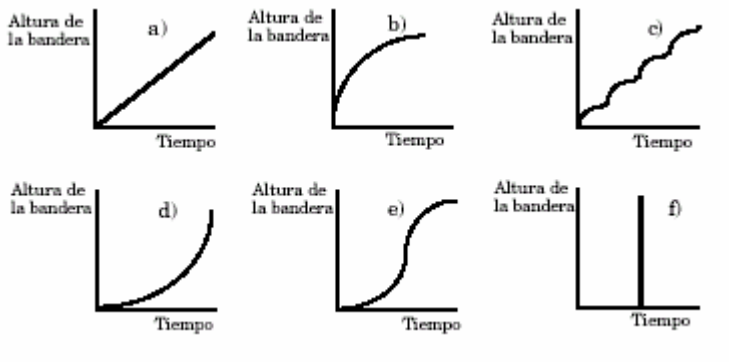
OLIMPIADAS DE MATEMÁTICAS
2º CICLO DE LA ESO

Pregunta No. 1

Cada mañana, en el campamento de verano, el acampado más joven tiene que izar la bandera hasta lo alto del mástil.

I) Explica en palabras qué significa cada una de las siguientes gráficas.
II) ¿Qué gráfica muestra la situación de forma más realista?
III) ¿Qué gráfica es la menos realista?



Solución

I) La gráfica a) indica que la velocidad de subida de la bandera es uniforme durante todo su izado.
La gráfica b) indica que empieza muy deprisa y la velocidad va disminuyendo durante todo el tiempo.
La gráfica c) muestra que el izado se realiza a tirones.
En la d) sucede lo contrario que en la b), empieza muy lento y la velocidad de subida va aumentando.
En la e) hay dos fases distintas; en la primera mitad se comporta como en d) y en la segunda como en b).
Por último, en f) la subida de la bandera es instantánea.
II, III) La gráfica f) es la menos realista; podría decirse que imposible por exigir una velocidad infinita.
El ritmo constante de a) parece impropio del "acampado más joven".
Si este joven sólo lo hace un día, lo más fácil es que lo haga a tirones, tal como está representado en la c).

Pregunta No. 2

Un hombre tomó una posada por treinta días, por el precio de un denario cada día. Este huésped no tenía dinero, sino cinco piezas de plata, que entre todas ellas valían treinta denarios. Con estas piezas pagaba cada día la posada y no le quedaba debiendo nada a la posadera, ni ella a él.

¿Puedes decir cuántos denarios valía cada pieza y cómo se pagaba con ellas?

Solución

Una de las piezas ha de ser de 1 denario, con la que se pagaría el primer día.
Para pagar el segundo día usaríamos otra pieza de 2 denarios y nos devolvería la de 1 denario, con la que pagaríamos el tercer día, y la posadera tendría 3 denarios.
El cuarto día pagamos con una pieza de 4 denarios y devuelve las dos de 1 y 2 denarios.
Seguiríamos pagando con la de 1, después la de 2 y devuelven 1, y así sucesivamente.
El octavo día pagaríamos con una de 8 denarios y nos devuelven las de 1, 2 y 4. Así podría pagar hasta el día 15.
El día 16 paga con una de 15 y le devuelven las de 2, 4 y 8, y así sucesivamente.
En resumen, las piezas deben ser de 1, 2, 4, 8 y 15 denarios.

Pregunta No. 3

En una cárcel hay 32 presos repartidos en ocho celdas de planta cuadrada.
En cada celda de las esquinas hay un preso y en cada una de las centrales hay siete presos.

1	7	1
7		7
1	7	1

El carcelero cuenta cada noche los presos que hay en cada hilera y se asegura de que sean nueve. Una vez hecho esto se retira a su oficina.
Cierto día se fugan cuatro internos. Cuando el carcelero hace su recuento nocturno no se percata de nada, pues los presos siguen sumando nueve por hilera.
¿Qué hicieron los presos para burlar al carcelero? ¿Cómo se situaron en las celdas?
Tres días más tarde se fugan otros cuatro presos. Esta vez tampoco el carcelero se dio cuenta de nada al contar.
¿Cómo volvieron a burlar al carcelero?
Una semana después, el carcelero realizó su habitual recuento, le salieron las cuentas y volvió tranquilo a su oficina. A la mañana siguiente una inspección del alcaide descubrió que sólo quedaban 20 presos.
¿Qué hicieron los reclusos para burlar por tercera vez al ingenuo carcelero?
¿Hubiera sido posible una cuarta fuga?

Solución

En total ha habido 3 fugas y en cada una se han fugado 4 presos.

1ª fuga

2	5	2
5		5
2	5	2

2ª fuga

3	3	3
3		3
3	3	3

3ª fuga

4	1	4
1		1
4	1	4

Se puede plantear otra fuga de una o de dos personas, como se indica a continuación:

4	0	5
1		0
4	1	4

4	0	5
0		0
5	0	4

El número mínimo de presos que pueden quedar es 18.
La clave está en que los presos de las esquinas son contados dos veces.

Pregunta No. 4
En un congreso hay hombres y mujeres. Abandonan 15 mujeres el congreso y entonces quedan 2 hombre por cada mujer. A continuación abandonan el congreso 45 hombres y quedan entonces 5 mujeres por cada hombre. ¿Cuántas personas participaban inicialmente en el congreso?

Solución
90 personas: 50 hombres y 40 mujeres.

Pregunta No. 5
A ambas orillas de un río de 40 metros de ancho hay dos palmeras, una frente a la otra. La altura de las palmeras son 8 y 12 metros. En la parte más alta de cada palmera se encuentran sendos pájaros que súbitamente descubren un pez en la superficie del agua entre las dos palmeras. Los pájaros se lanzan a la vez y con la misma velocidad, alcanzando el pez al mismo tiempo. ¿ A qué distancia del pié de la palmera más alta apareció el pez ?

Solución
19 metros

Pregunta No. 6
Uno de los siguientes números nunca puede ser un entero par, sea cual fuere el valor del entero n. ¿Cuál es?
A) 2n B) 3n + 2 C) 4n + 1 D) 2(n – 1) E) 2(n + 1)2

Solución
C) 4n + 1

Pregunta No. 7
Para hacer los 54 km que me separan de El Escorial tardo 45 minutos. ¿Qué velocidad media, en km/h, consigo en el recorrido?

Solución
72

Pregunta No. 8
Uno de los números siguientes es 2^{100}. ¿Cuál?
A) $4^5 x 2^{10}$ B) La mitad de 2^{101} C) $16^5 x\ 2^5$ D) $(2^3)^{97}$ E) $2^2 + 2^{98}$

Solución
B) La mitad de 2^{101}

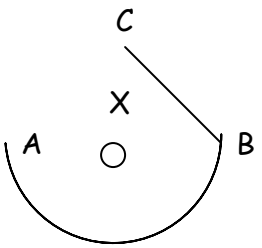
Pregunta No. 9
¿Qué ángulo forman las agujas del reloj a las 4:20?

Solución
10°

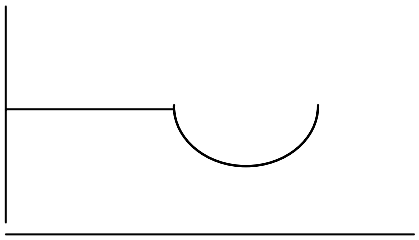
Pregunta No. 10
¿Cuántos enteros comprendidos entre 1000 y 2000 son múltiplos de 15, 20 y 25?

Solución
3

Pregunta No. 11
Un barco navega del punto A hasta el punto B, describiendo una semicircunferencia centrada en una isla
X. Luego navega en línea recta desde B a C. ¿Cuál es la gráfica que muestra la distancia del barco a la isla, según la distancia recorrida?



Solución



Pregunta No. 12

Si n es el mayor número que es producto de tres primos distintos, d, e, y 10d + e donde d y e son primos de una sola cifra, ¿cuánto vale la suma de las cifras de n?

Solución

12

Pregunta No. 13

$9^{20} + 9^{20} + 9^{20}$ es igual a:

A) 27^{20} B) 3^{66} C) 9^{60} D) 3^{41} E) 3^{120}

Solución

D) 3^{41}

Pregunta No. 14

De los 36 estudiantes de una clase, 26 aprobaron el último control de Matemáticas. De los restantes, los tres quintos obtuvieron un 4 y el resto un 3. Si repartes todos estos datos en un círculo, ¿cuántos grados debes asignar al sector de los que obtuvieron un 3?

Solución

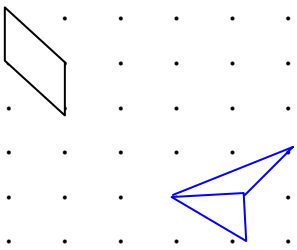
40°

Pregunta No. 15

Considera los dos cuadriláteros de la figura cuyos vértices son los puntos de la cuadrícula que te mostramos. ¿Cuál de las afirmaciones siguientes es verdadera?

A) El área del cuadrilátero I es mayor que el área del cuadrilátero II

B) El área del cuadrilátero I es menor que el área del cuadrilátero II
C) Los dos cuadriláteros tienen la misma área y el mismo perímetro
D) Los dos cuadriláteros tienen la misma área, pero el perímetro del I es mayor que el del II
E) Los dos cuadriláteros tienen la misma área, pero el perímetro del I es menor que el del II.



El espacio entre los puntos es siempre el mismo.
El cuadrilátero I es el negro y II el azul.

Solución

E) Los dos cuadriláteros tienen la misma área, pero el perímetro del I es menor que el del II.

Pregunta No. 16

Si el cuadrado inscrito a una circunferencia tiene área 12 cm2 el cuadrado circunscrito tiene área en cm 2

Solución

24

Pregunta No. 17

¿Cuántos números hay de tres cifras a5b que sean múltiplos de 12?

Solución

6

Pregunta No. 18

En la primera quincena de julio un artículo se rebaja un 10 %. En la segunda el precio nuevo se rebaja otro 10 %. ¿Cuál ha sido la rebaja acumulada sobre el precio original?

Solución

19%